

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра фундаментальной математики

**УТВЕРЖДАЮ**

Врио директора Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

Е. А. Журавлева  
« 12 » августа 2025 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине

**Практикум по решению задач повышенной сложности**

Направление подготовки 01.03.01 Математика

Профиль подготовки Математические и цифровые технологии в образовании

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – 2

Разработчик:

доцент Давыскиба О.В.

Заведующий кафедрой фундаментальной  
математики

 Темникова С.В.

Протокол

от « 13 » августа 2025 г. № 7

Луганск, 2025

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Практикум по решению задач повышенной сложности» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

## 1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС — установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 8 (с изменениями и дополнениями).

## 1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональная	
ПК-2 Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика»	ПК-2.2. Умеет математически корректно формулировать и решать основные практические и теоретические задачи в области математики.
	ПК-2.3. Демонстрирует умения решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования, в том числе, которые возникают в ходе работы с обучающимися, задачи олимпиад.

## 1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Тема 1. Натуральные и целые числа. Рациональные, иррациональные и действительные числа.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 2. Числовые равенства и неравенства.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 3. Известные алгебраические неравенства.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 4. Алгебраические уравнения и неравенства.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 5. Системы уравнений и	ПК-2	Устный опрос. Выполнение

неравенств.		практических заданий.
Тема 6. Задачи на составление уравнений и неравенств.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 7. Числовые последовательности.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 8. Элементы теории множеств и математической логики.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 9. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 10. Функции и их графики.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 11. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 12. Тригонометрия.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 13. Планиметрия. Аксиомы и определения. Основные геометрические	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
Тема 14. Стереометрия.	ПК-2	Устный опрос. Выполнение практических заданий.
<b>Промежуточная аттестация</b>	ПК-2	Экзамен (письменный)

### 1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Результаты сформированности
Общепрофессиональная	
ПК-2 Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика»	<p>Знает: основные понятия школьного курса математики; основные типы задач повышенной сложности по математике; методы решения задач повышенной сложности по арифметике, алгебре и теории чисел, началам математического анализа и геометрии; основные типы задач группы С единого государственного экзамена по математике и методы их решения.</p> <p>Умеет: планировать изучение раздела, темы, учебного блока, в частности задавать конструктивно цели его изучения и формировать средства диагностики их достижения; структурировать учебный материал, отбирать содержание учебного материала; составлять планы и конспекты уроков разных видов; владеть методикой изучения понятий, утверждений, обучения решению задач, в частности формировать мотивы к их рассмотрению или решению, обеспечивать активность в процессе обучения; применять на практике методы решения задач повышенной сложности школьного курса математики; формировать типичные виды математической деятельности и целенаправленно развивать математическое мышление учащихся.</p> <p>Владеет: материалом учебной дисциплины на уровне,</p>

	<p>позволяющем формулировать и решать задачи, возникающие в ходе учебной деятельности по преподаваемым предметам, а также в практической деятельности, требующие углубленных профессиональных знаний; навыками формализации теоретических и прикладных практических задач.</p>
--	--

## 1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов
	<b>ОФО</b>
Выполнение письменных домашних заданий	11
Выполнение практических заданий	39
Экзамен (письменный)	50
<b>Всего:</b>	<b>100</b>

### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	<b>90–100</b>	<b>А</b> – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	<b>83–89</b>	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	<b>75–82</b>	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетво-	<b>63–74</b>	<b>D</b> – удовлетворительно – теоретическое	

удовлетворительно		содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	<b>50–62</b>	<b>Е</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	<b>21–49</b>	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>F</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля

#### Вопросы для устного опроса:

1. Приемы и методы решения задач с целочисленными величинами:  
разложение целого числа в сумму по степеням основания системы счисления;  
метод анализа делимости нацело, использование признаков делимости;  
метод анализа остатков;  
метод анализа последней цифры;  
метод замены переменных; метод оценок.

2. Степень действительного числа.
3. Степень с натуральными и целыми показателями и их свойства.
4. Арифметические и алгебраические корни  $n$ -ой степени.
5. Степени с рациональными показателями.
6. Степени с иррациональными показателями.
7. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты.
8. Треугольник Паскаля.
9. Неравенство Коши.
10. Неравенства Бернулли.
11. Неравенство Коши-Буняковского.
12. Задачи на доказательство различных алгебраических неравенств.
13. Преобразование степеней и дробно - рациональных выражений.
14. Преобразование тригонометрических выражений.
15. Преобразование тригонометрических выражений.
16. Преобразование логарифмических выражений.
17. Тождество.
18. Равносильность и следствие.
19. Универсальные приемы и методы решения уравнений и неравенств.
20. Неалгебраические системы уравнений и неравенств.
21. Задачи на движение.
22. Задачи на концентрацию и процентное содержание.
23. Задачи на работу и производительность труда.
24. Задачи на доли и проценты.
25. Задачи с неполными данными, на оптимизацию.
26. Логическое следование.
27. Необходимые и достаточные условия.
28. Критерий. Признак. Свойство. Прямая, обратная, противоположная теоремы.
29. Доказательство от противного.
30. Метод математической индукции его использование при доказательстве утверждений.
31. Виды комбинаторных задач.
32. Методы решения комбинаторных задач.
33. Задачи повышенной сложности на исследование функций и построение графиков.
34. Методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств повышенной сложности.
35. Задания Единого государственного экзамена.
36. Тригонометрические уравнения и неравенства.
37. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.
38. Тригонометрические уравнения и неравенства.
39. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции.
40. Основные геометрические объемы и их свойства.
41. Вписанные и описанные многоугольники.
42. Подобие фигур на плоскости.

43. Геометрические построения на плоскости.
44. Аксиомы и определения стереометрии.
45. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей.
46. Площади поверхностей и объемов многогранников.
47. Тела вращения.
48. Площади поверхностей и объемов тел вращений.
49. Задачи на построение сечений.

### Практические задания:

1. Найдите значение выражения  $4p(x - 4) - p(4x)$ , если  $p(x) = 2x + 5$ .
2. Скорость движения автомобиля  $v$  (км/ч) и угловая скорость вращения вала двигателя  $w_{\text{двиг.}}$  (об/мин) связаны соотношением

$$v = \frac{0,0006 \cdot \pi d w_{\text{двиг.}}}{kb},$$

где  $d$  — диаметр колеса (см),  $k$  — передаточное число дифференциала автомобиля, а  $b$  — передаточное число коробки передач при выбранной передаче. В таблице указаны передаточные числа для автомобиля «Лада-Калина».

	Коробка передач						Дифференциал
	1-я пер.	2-я пер.	3-я пер.	4-я пер.	5-я пер.	Задняя	
Передаточное число	3,636	1,950	1,357	0,941	0,784	3,500	3,706

- У автомобиля «Лада-Калина» диаметр колеса равен 58 см. Водитель двигается на 2-й передаче с постоянной скоростью. Прибор (тахометр) показывает, что число оборотов двигателя равно 3000 об/мин. Считайте, что  $\pi = 3,14$ . Найдите скорость автомобиля в км/ч. Результат округлите до целого значения.
3. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 594 литра она заполняет на 5 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 648 литров?
  4. Найдите наименьшее значение  $y = 2x - 2 \sin x + 7$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .
  5. а) Решите уравнение  $(4 \sin^2 x - 3) \sqrt{x^2 - 36\pi^2} = 0$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[15; 20]$ .
  6. В основании прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Точка  $M$  — середина ребра  $B_1C_1$ , точка  $N$  лежит на ребре  $AC$ , причём  $AN:NC = 15:1$ . Катет  $AC$  в четыре раза больше бокового ребра  $AA_1$  призмы.  
 а) Докажите, что прямая  $MN$  перпендикулярна прямой  $CA_1$ .

б) Найдите угол между прямой  $MN$  и плоскостью основания  $A_1B_1C_1$ , если  $\cos \angle CBA = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

7. Решите неравенство  $2x \geq \log_5(29 \cdot 10^{x-1} - 4^x)$ .
8. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Биссектриса внутреннего угла при вершине  $B$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $C$  в точке  $M$ , а биссектриса внутреннего угла при вершине  $C$  пересекает биссектрису внешнего угла при вершине  $B$  в точке  $N$ .
- а) Докажите, что  $\angle CNM = \angle MBC$ .
- б) Найдите  $CN$ , если  $AB = AC = 15$ ,  $BC = 18$ .
9. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 10 млн руб.
10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + 4x^3 + 4ax - 16x - 16 + 8a - a^2 = 0$  имеет не менее трёх корней.
11. Пираты нашли сундук с сокровищами, в котором было 60 монет достоинством 1 дукат и 60 монет достоинством 5 дукатов.
- а) Получится ли поделить все деньги поровну между 18 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- б) Получится ли поделить все деньги поровну между 40 пиратами (каждому должно достаться целое число монет, сдачи и размена ни у кого из пиратов нет)?
- в) При каком наибольшем количестве пиратов капитану всегда удастся поделить монеты между ними, каким бы способом ему ни захотелось это сделать (возможно, кому-то из пиратов будет полагаться 0 монет)?
12. Найдите значение выражения  $\frac{2 \cos 28^\circ}{\cos 152^\circ}$ .
13. По двум параллельным железнодорожным путям навстречу друг другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 75 км/ч и 30 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 750 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошёл мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.
14. Найдите точку минимума функции  $y = \sqrt{x^2 - 8x + 17}$ .
- а) Решите уравнение  $\frac{2 \sin^2 x - \sin x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$
- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .



15. Дана правильная четырёхугольная пирамида  $MABCD$  с основанием  $ABCD$ , стороны основания которой равны  $5\sqrt{2}$ . Точка  $L$  – середина ребра  $MB$ . Тангенс угла между прямыми  $DM$  и  $AL$  равен  $\sqrt{2}$ .
- а) Пусть  $O$  – центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $AO$  и  $LO$  перпендикулярны.
- б) Найдите высоту данной пирамиды.
16. Решите неравенство  $\log_3 \frac{1}{x} + \log_3 (x^2 + 3x - 9) \leq \log_3 \left( x^2 + 3x + \frac{1}{x} - 10 \right)$ .
17. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу – по цене 13000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?
18. а) Приведите пример такого натурального числа  $n$ , что числа  $n^2$  и  $(n + 16)^2$  дают одинаковый остаток при делении на 200.
- б) Сколько существует трёхзначных чисел  $n$  с указанным в пункте а свойством?
- в) Сколько существует двузначных чисел  $m$ , для каждого из которых существует ровно 36 трёхзначных чисел  $n$ , таких, что  $n^2$  и  $(n + m)^2$  дают одинаковый остаток при делении на 200?

## 2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

### Теоретические вопросы для проведения экзамена

1. Алгебраические уравнения.
2. Уравнения с модулем. Иррациональные уравнения.
3. Показательные и логарифмические уравнения.
4. Решение тригонометрических уравнений.
5. Использование свойств функции при решении уравнений и неравенств.
6. Алгебраические неравенства.
7. Неравенства с модулем.
8. Иррациональные неравенства.
9. Показательные и логарифмические неравенства.
10. Уравнения и неравенства смешанного типа.
11. Линейные системы.
12. Нелинейные системы.
13. Графики элементарных функций.
14. Область допустимых значений и множество значений функции.
15. Четность и периодичность функции.
16. Исследование функции.
17. Исследование функции по графику ее производной.
18. Наибольшее и наименьшее значение функции на указанном отрезке.

19. Задачи на части.
20. Задачи на проценты.
21. Задачи на работу.
22. Задачи на движение.
23. Задачи на движение.
24. Задачи на сплавы, растворы и смеси.
25. Задачи из планиметрии. Свойства треугольников.
26. Задачи из планиметрии. Свойства параллелограмма и трапеции.
27. Задачи из стереометрии. Комбинации тел.
28. Задачи из стереометрии на комбинацию тел.
29. Площадь поверхности цилиндра.
30. Площадь поверхности пирамиды.
31. Задачи на стоимость, цену и количество.
32. Различные задачи на проценты.
33. Задачи на чтение графиков и диаграмм.
34. Задачи на стоимость услуг.
35. Задачи на траекторию полета, зависимость температуры от времени.
36. Задачи на закон Стефана-Больцмана, на расширение рельса.
37. Задачи на силу трения, силу Архимеда.
38. Задачи на силу тока, напряжение и сопротивление и другие.
39. Упрощение выражений с применением формул двойного угла.
40. Упрощение выражений с применением формул приведения.
41. Работа с графиком производной функции.
42. Нахождение по графику функции значения производной в заданной точке и другие задания.
43. Нахождение площади параллелограмма, трапеции по рисунку в системе координат.
44. Нахождение площади треугольника по рисунку.
45. Нахождение неизвестной стороны или высоты треугольника через значение синуса, косинуса и тангенса.
46. Нахождение синуса, косинуса и тангенса угла по данным в треугольнике.
47. Решение других планиметрических задач.
48. Площадь поверхности пирамиды.
49. Пирамида. Решение задач.
50. Решение задач на прямоугольный параллелепипед.
51. Решение задач на конус и цилиндр.
52. Решение задач на объем прямоугольного параллелепипеда и цилиндра.
53. Решение задач на теорию вероятностей.
54. Решение тригонометрических уравнений с выбором ответов из промежутка.
55. Решение показательных уравнений, сводящихся к тригонометрическим.
56. Решение показательных уравнений с помощью замены переменной.
57. Решение сложных логарифмических уравнений.
58. Решение задач на сечения.
59. Решения задач на сечения.
60. Решение задач на расстояние между скрещивающимися прямыми.